

مبانی تحلیل غیر خطی-۳

مدلهای غیر خطی مصالح در نرم افزار ANSYS

AHR 92-08

ANSYS HELP.IR

تهیه و تنظیم: محمد جواد جبارزاده

Web: www.AnsysHelp.ir

Email: AnsysHelp.ir@gmail.com

شانزدهم تیر نود و دو

ویرایش اول

لطفاً در صورت استفاده از این گزارش پایگاه اینترنتی www.AnsysHelp.ir را به عنوان مرجع معرفی فرمایید
خواهشمند است نظر سازنده، انتقاد و پیشنهاد خود را به آدرس اینترنتی AnsysHelp.ir@gmail.com ارسال فرمائید

فهرست مطالب

۲	فهرست مطالب
۳	فهرست تصاویر
۴	۱- مقدمه
۴	۲- پلاستیسیته مستقل از سرعت
۵	۱-۲- مبانی تئوری
۵	۱-۱-۲- معیار جاری شدن Yield Criterion
۶	۲-۱-۲- قانون جریان
۶	۳-۱-۲- قانون سخت شوندگی
۷	۲-۲- مدل‌های مصالح پلاستیک مستقل از سرعت
۷	۱-۲-۲- سخت شوندگی سینماتیک دو خطی (Bilinear Kinematic Hardening)
۸	۲-۲-۲- سخت شوندگی سینماتیک چند خطی (Multilinear Kinematic Hardening)
۹	۳-۲-۲- سخت شوندگی سینماتیک غیر خطی (Nonlinear Kinematic Hardening)
۱۰	۴-۲-۲- سخت شوندگی ایزوتروپیک دوخطی (Bilinear Isotropic Hardening)
۱۰	۵-۲-۲- سخت شوندگی ایزوتروپیک چندخطی (Multilinear Isotropic Hardening)
۱۱	۶-۲-۲- سخت شوندگی ایزوتروپیک غیر خطی (Nonlinear Isotropic Hardening)
۱۱	۷-۲-۲- غیر ایزوتروپیک (Anisotropic)
۱۲	۸-۲-۲- دراگر-پراگر (Drucker-Prager)
۱۲	۹-۲-۲- چدن (Cast Iron)
۱۳	۳- پلاستیسیته وابسته به سرعت
۱۴	۴- مصالح Gasket
۱۵	۵- غیر خطی الاستیک
۱۵	۶- مدل آلیاژ حافظه دار یا Shape Memory Alloy Material Model
۱۶	۷- هایپر الاستیسیته یا Hyper elasticity
۱۷	۸- ویسکوالاستیسیته
۱۷	۹- بتن
۱۸	۱۰- مراجع
۱۹	۱۱- پیوست الف: فرمولبندی مدل Concrete و المان SOLID65
۲۰	الف- محدوده فشار-فشار-فشار یا $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
۲۱	ب- محدوده کشش-فشار-فشار یا $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
۲۲	ج- محدوده کشش-کشش-فشار یا $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$

- د- محدوده کشش-کشش-کشش یا $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$ ۲۲
- ه- سطح گسیختگی تنش‌های نزدیک به حالت دو محوری در فضای تنش‌های اصلی ۲۲
- و- فرمولبندی ماتریسی المان با رفتار غیر خطی مفروض ۲۳
- ۱۳- پیوست ب: جدول مدل‌های ترکیبی ۲۶

فهرست تصاویر

- شکل ۱ نمودار تنش-کرنش برخی مصالح غیر خطی ۵
- شکل ۲ سطوح جاری شدگی برخی مصالح غیر خطی ۶
- شکل ۳ انواع قوانین سخت شوندگی ۷
- شکل ۴ پدید باشینگر ۸
- شکل ۵ سخت شوندگی سینماتیک، (a) مدل دو خطی، (b) مدل چند خطی ۸
- شکل ۶ منحنی تنش-کرنش NLISO ۱۱
- شکل ۷ پلاستیسیته چدن ۱۲
- شکل ۸ آزاد سازی تنش و خزش ۱۳
- شکل ۹ رفتار ویسکوپلاستیک در فرآیند غلتک زنی ۱۴
- شکل ۱۰ نمودار آزمایشگاهی فشار را نسبت به تغییر مکان نسبی سطوح فوقانی و تحتانی gasket ۱۴
- شکل ۱۱ رفتار تنش-کرنش الاستیک غیر خطی ۱۵
- شکل ۱۲ رفتار تپ مصالح فوق الاستیک ۱۵
- شکل ۱۳ سازه هایپیر الاستیک ۱۶
- شکل ۱۴ رفتار ویسکوپلاستیک (مدل ماکسول) ۱۷
- تصویر (پ-الف-۱): سطح گسیختگی سه بعدی در فضای تنش‌های اصلی ۲۰
- تصویر (پ-الف-۲): سطح گسیختگی در فضای تنش‌های اصلی با تنش‌های نزدیک به حالت دو محوری ۲۳
- تصویر (پ-الف-۳): مقاومت در شرایط ترک خوردگی ۲۵

۱- مقدمه

رفتار غیر خطی مصالح هنگامی رخ می‌دهد که رابطه بین تنش و کرنش غیر خطی شود. به عبارتی تنش تابعی غیر خطی از کرنش باشد. این رابطه وابسته به مسیر است (به جز در رفتارهای غیر خطی الاستیک و هایپر الاستیسیته)، بطوریکه مقدار تنش بستگی به تاریخچه کرنش و مقدار کرنش دارد. برنامه ANSYS گروه‌های مختلفی از رفتارهای غیر خطی مصالح را در نظر گرفته است که عبارتند از:

۱. پلاستیسیته مستقل از سرعت (Rate-Independent Plasticity)،
۲. پلاستیسیته وابسته به سرعت (Rate-Dependent Plasticity)،
۳. ماده Gasket،
۴. غیر خطی الاستیک (Nonlinear Elasticity)،
۵. مدل آلیاژ حافظه دار یا Shape Memory Alloy Material Model،
۶. هایپر الاستیسیته (Hyperelasticity)،
۷. ویسکوالاستیسیته (Viscoelasticity)،
۸. بتن (Concrete).

روابط غیر خطی تنش-کرنش در مصالح پلاستیک، چند خطی الاستیک و هایپر الاستیک باعث می‌شوند که سختی سازه در سطوح مختلف بار دچار تغییر شود (و یا در درجات مختلف دما). مدل‌های خزش، ویسکوپلاستیسیته و ویسکوالاستیسیته نیز می‌توانند رفتارهای غیر خطی را که وابسته به زمان، نرخ بارگذاری یا سرعت، دما و تنش هستند شبیه سازی نمایند. هر کدام از این نوع رفتارها را می‌توان با انتخاب المان مناسب در نرم افزار ANSYS بکار برد.

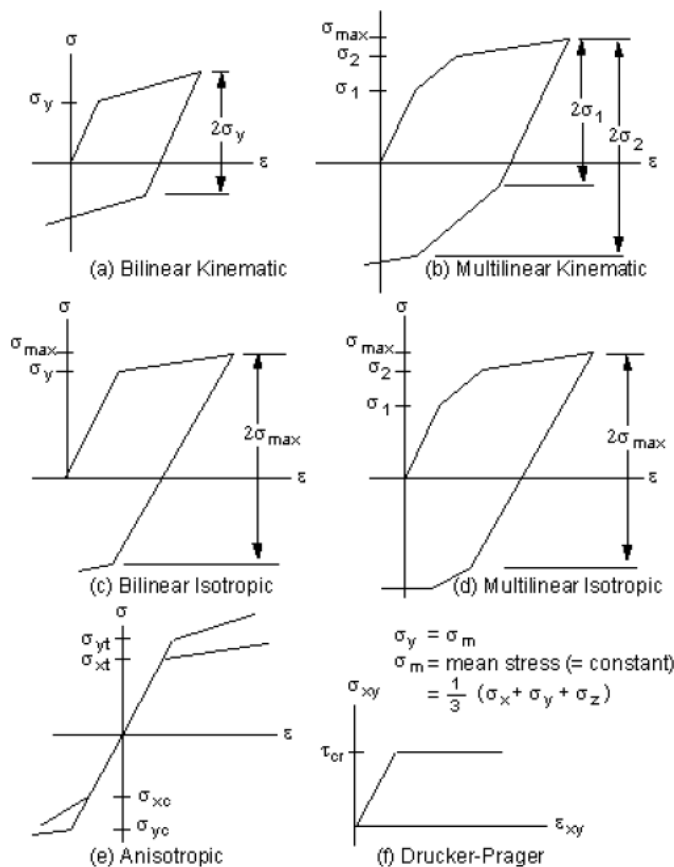
در نرم افزار ANSYS برای شبیه سازی هر گونه مصالح با رفتارهای غیر خطی یا وابسته به سرعت تغییرات تنش-کرنش از خانواده دستورات TB استفاده می‌شود. در این گزارش مدل‌های مختلف غیر خطی مصالح مختصرا معرفی شده و دستورات متناسب ارائه خواهند شد.

۲- پلاستیسیته مستقل از سرعت

این نوع مصالح برای شبیه سازی کرنشهای غیر قابل بازگشتی که با رسیدن تنش به سطحی مشخص ایجاد می‌شود، بکار می‌رود. فرض می‌شود که کرنشهای پلاستیک بطور آنی و مستقل از زمان توزیع می‌شوند. برنامه ANSYS گزینه‌های متعددی برای شبیه سازی انواع مختلف این نوع مصالح ارائه می‌کند که نمودار تنش-کرنش برخی از آنها در شکل ۱ نشان داده شده است. این مصالح عبارتند از:

۱. سخت شوندگی سینماتیک دو خطی (Bilinear Isotropic Hardening)،
۲. سخت شوندگی سینماتیک چند خطی (Multilinear Kinematic Hardening)،
۳. سخت شوندگی سینماتیک غیر خطی (Nonlinear Kinematic Hardening)،
۴. سخت شوندگی ایزوتروپیک دو خطی (Bilinear Isotropic Hardening)،
۵. سخت شوندگی ایزوتروپیک چند خطی (Multilinear Isotropic Hardening)،

۶. سخت شونده‌گی ایزوتروپیک غیر خطی (Nonlinear Isotropic Hardening).
۷. غیر ایزوتروپیک (Anisotropic).
۸. دراگر-پراگر (Drucker - Prager).
۹. چدن (Cast Iron).



شکل ۱ نمودار تنش-کرنش برخی مصالح غیر خطی

۲-۱- مبانی تئوری

تئوری پلاستیسیته رابطه‌ای ریاضی ارائه می‌کند که می‌تواند پاسخ الاستوپلاستیک مصالح را شبیه سازی کند. در تئوری پلاستیسیته مستقل از سرعت سه جزء اصلی وجود دارند که عبارتند از: معیار جاری شدن یا Yield Criterion، قانون جریان یا Flow Rule و قانون سخت شونده‌گی یا Hardening Rule.

۲-۱-۱- معیار جاری شدن Yield Criterion

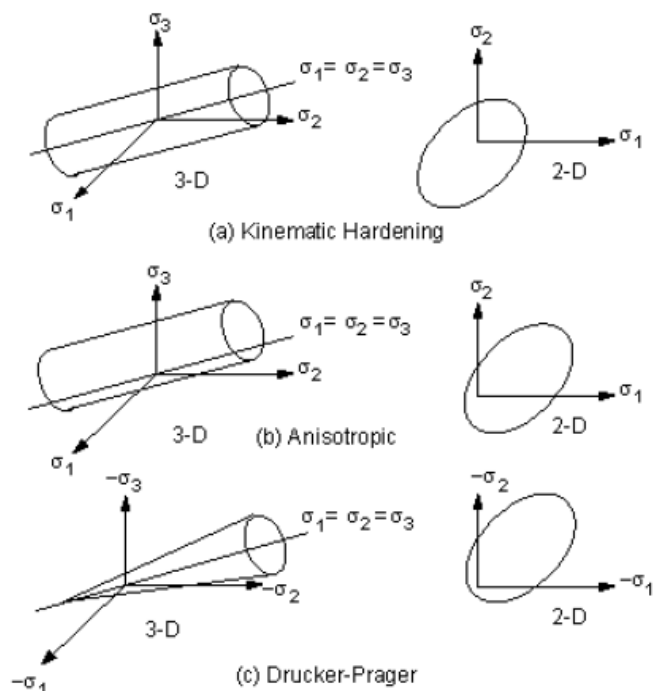
معیار جاری شدن میزان تنش را که در آن جاری شدن رخ می‌دهد بیان می‌کند. برای تنشهای چند جهته این معیار بصورت تابعی از مؤلفه‌های تنش بیان می‌شود که آنرا تنش معادل نیز می‌نامند:

$$\sigma_e = f(\{\sigma\}) \quad 1$$

که $\{\sigma\}$ بردار تنش است. هنگامی که تنش معادل برابر تنش جاری شدن مصالح σ_y شود:

$$f(\{\sigma\}) = \sigma_y \quad 2$$

آنگاه کرنش‌های پلاستیک در مصالح بوقوع می‌پیوندد. اگر σ_e کمتر از σ_y باشد مصالح رفتار الاستیک داشته و توزیع تنش‌ها بر اساس روابط تنش-کرنش الاستیک خواهد بود. مقدار تنش معادل هرگز نمی‌تواند از تنش جاری شدن تجاوز کند و به جای آن کرنش‌های پلاستیک بطور آنی توسعه می‌یابند. معادله ۲ را می‌توان در فضای تنش‌های اصلی به شکل ۲ نشان داد. در این شکل سطوح جاری شدنگی برخی مصالح غیر خطی ترسیم شده است.



شکل ۲ سطوح جاری شدنگی برخی مصالح غیر خطی

۲-۱-۲- قانون جریان

قانون جریان جهت کرنش پلاستیک را بصورت زیر تعیین می‌کند:

$$\{d\varepsilon^{pl}\} = \lambda \left\{ \frac{\partial Q}{\partial \sigma} \right\} \quad ۳$$

λ ضریب پلاستیک است که مقدار کرنش پلاستیک را نشان می‌دهد و Q پتانسیل تنش است که تابعی از تنش بوده و جهت کرنش پلاستیک را تعیین می‌کند. اگر Q تابع جاری شدن باشد (که بطور معمول اینگونه فرض می‌شود)، کرنش‌های پلاستیک عمود بر سطح جاری شدنگی اتفاق می‌افتند.

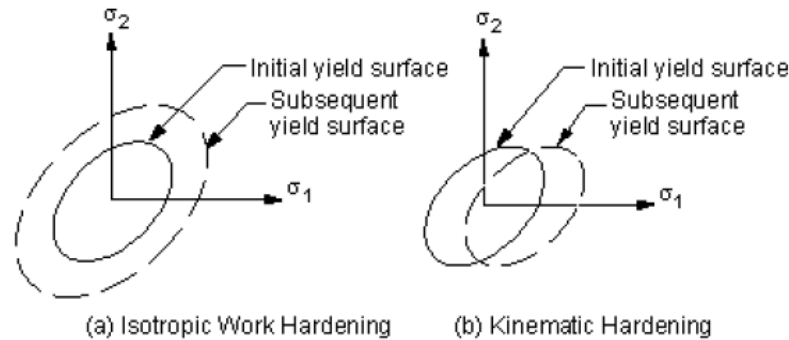
۲-۱-۳- قانون سخت شوندهگی

قانون سخت شوندهگی میزان تغییر در سطح جاری شدنگی را در جاری شدنگی‌های پیش رونده توصیف می‌کند. به کمک این قانون می‌توان شرایط تنش را هنگام وقوع جاری شدنگی‌های پی در پی تخمین زد. دو نوع قانون سخت شوندهگی در دسترسند که عبارتند از سخت شوندهگی کار^۱ (یا ایزوتروپیک) و سخت شوندهگی سینماتیک^۲. در سخت شوندهگی کار مرکز سطح جاری شدنگی ثابت مانده تنها شکل آن با افزایش کرنش پلاستیک گسترش می‌یابد. برای مصالح با رفتار پلاستیک ایزوتروپیک این نوع سخت شوندهگی،

¹ Work Hardening

² Kinematic Hardening

سخت شونده‌گی ایزوتروپیک نامیده می‌شود، شکل ۳-۲a. در مقابل سخت شونده‌گی سینماتیک فرض می‌کند که با جاری شدگی پیش رونده سطح جاری شدگی ثابت باقی می‌ماند اما محل آن در فضای تنش جابجا می‌شود، شکل ۳-۲b. در جدول ۱ قوانین جریان و سخت شونده‌گی برای هر نوع رفتار غیر خطی بطور خلاصه ارائه و مقایسه شده‌اند.



شکل ۳ انواع قوانین سخت شونده‌گی

جدول ۱ خلاصه گزینه‌های پلاستیسیتیه

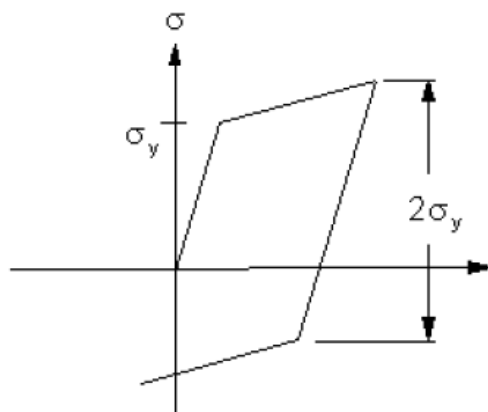
Name	TB Lab	Yield Criterion	Flow Rule	Hardening Rule	Material Response
Bilinear Isotropic Hardening	BISO	von Mises/Hill	associative	work hardening	bilinear
Multilinear Isotropic Hardening	MISO	von Mises/Hill	associative	work hardening	multilinear
Nonlinear Isotropic Hardening	NLISO	von Mises/Hill	associative	work hardening	nonlinear
Classical Bilinear Kinematic Hardening	BKIN	von Mises/Hill	associative (Prandtl-Reuss equations)	kinematic hardening	bilinear
Multilinear Kinematic Hardening	MKIN/KINH	von Mises/Hill	associative	kinematic hardening	multilinear
Nonlinear Kinematic Hardening	CHAB	von Mises/Hill	associative	kinematic hardening	nonlinear
Anisotropic	ANISO	modified von Mises	associative	work hardening	bilinear, each direction and tension and compression different
Drucker-Prager	DP	von Mises with dependence on hydrostatic stress	associative or non-associative	none	elastic- perfectly plastic
Extended Drucker-Prager	EDP	von Mises with dependence on hydrostatic stress	associative or non-associative	work hardening	multilinear
Cast Iron	CAST	von Mises with dependence on hydrostatic stress	non-associative	work hardening	multilinear

۲-۲-۲- مدل‌های مصالح پلاستیک مستقل از سرعت

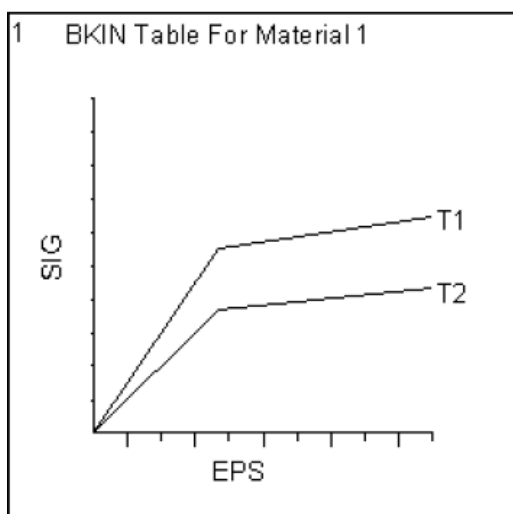
۲-۲-۲-۱- سخت شونده‌گی سینماتیک دو خطی (Bilinear Kinematic Hardening)

مدل سخت شونده‌گی سینماتیک دو خطی (گزینه BKIN در دستور TB) فرض می‌کند که محدوده تغییرات تنش معادل برابر $2\sigma_y$ است و به عبارتی اثر باشینگر را در نظر می‌گیرد، شکل ۴. این گزینه برای شبیه سازی مصالح با کرنش کوچک با معیار جاری شدن فون-میسز پیشنهاد می‌شود که در اغلب فلزات قابل استفاده است. این مصالح برای کاربردهای با کرنش بزرگ توصیه نمی‌شود. می‌توان این گزینه غیر خطی را با گزینه‌های خزش و مدل غیر ایزوتروپیک Hill ترکیب کرد و مدل‌های رفتاری پیچیده‌تری را

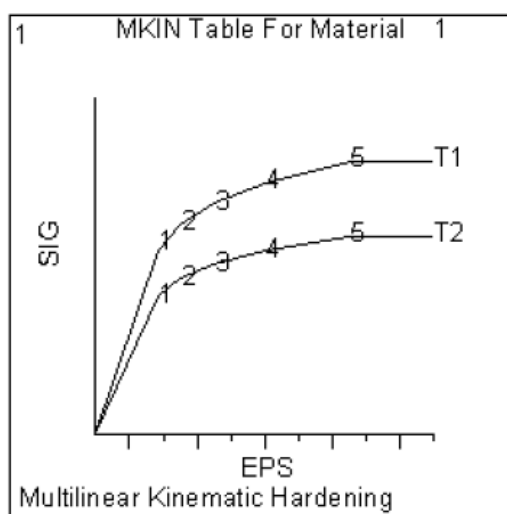
شبهه سازی نمود. برای این منظور به پیوست ب رجوع کنید. شکل ۵-ا ویژگیهای کلی مدل سخت شونگی سینماتیک دو خطی را نشان می‌دهد.



شکل ۴ پدید باشینگر



(a)



(b)

شکل ۵ سخت شونگی سینماتیک، (a) مدل دو خطی، (b) مدل چند خطی

کد نویسی زیر نمونه ای از نحوه تعریف این نوع مصالح و ترسیم آن است:

```

MPTEMP,1,0,500          ! Define temperatures for Young's modulus
MP,EX,1,12E6,-8E3       ! C0 and C1 terms for Young's modulus
TB,BKIN,1,2             ! Activate a data table
TBTEMP,0.0              ! Temperature = 0.0
TBDATA,1,44E3,1.2E6     ! Yield = 44,000; Tangent modulus = 1.2E6
TBTEMP,500              ! Temperature = 500
TBDATA,1,29.33E3,0.8E6  ! Yield = 29,330; Tangent modulus = 0.8E6
TBLIST,BKIN,1           ! List the data table
/XRANGE,0,0.01         ! X-axis of TB PLOT to extend from varepsilon=0 to
TB PLOT,BKIN,1         ! Display the data table

```

۲-۲-۲-۲ سخت شونگی سینماتیک چند خطی (Multilinear Kinematic Hardening)

گزینه سخت شونگی سینماتیک (گزینه KINH و MKIN در دستور TB) از مدل Besseling استفاده می‌کند و آنرا مدل Sublayer و Overlay هم می‌نامند. در این مدل نیز اثر باشینگر در نظر گرفته می‌شود. کاربرد گزینه KINH به علت در نظر گرفتن

شوندگی و سخت شوندگی تناوبی بدست خواهد آمد. همچنین می‌توان از این مدل بصورت ترکیبی با گزینه غیر ایزوتروپیک Hill برای شبیه سازی رفتارهای پیچیده‌تر مصالح استفاده نمود. این مدل دارای $1+2n$ ثابت است که n تعداد مدل‌های سینماتیک است و با دستور TB,NPTS تعریف می‌شود. این مدل برای شبیه سازی تحلیلی کرنش‌های بزرگ گزینه مناسبی است.

کد نویسی زیر نمونه ای از نحوه تعریف تنش-کرنش مستقل از حرارت و با یک مدل سینماتیک است:

```
TB,CHABOCHE,1 ! Activate CHABOCHE data table
TBDATA,1,C1,C2,C3 ! Values for constants C1, C2, and C3
```

کد نویسی زیر نیز نمونه ای از نحوه تعریف تنش-کرنش وابسته به حرارت و دو مدل سینماتیک است:

```
TB,CHABOCHE,1,2,2 ! Activate CHABOCHE data table
TBTEMP,100 ! Define first temperature
TBDATA,1,C11,C12,C13,C14,C15 ! Values for constants C11, C12, C13,
! C14, and C15 at first temperature
TBTEMP,200 ! Define second temperature
TBDATA,1,C21,C22,C23,C24,C25 ! Values for constants C21, C22, C23,
! C24, and C25 at second temperature
```

۲-۲-۴- سخت شوندگی ایزوتروپیک دوخطی (Bilinear Isotropic Hardening)

مدل سخت شوندگی ایزوتروپیک دو خطی (BISO) بصورت ترکیبی از معیار جاری شدن فون-میسز و سخت شوندگی ایزوتروپیک کار استفاده می‌کند. این گزینه معمولاً برای تحلیلهای با کرنش بزرگ بکار می‌رود. می‌توان از ترکیب آن با سایر گزینه‌های غیر خطی مانند Chaboche، خزش، ویسکوپلاستیک و غیر ایزوتروپیک Hill برای شبیه سازی مصالح با رفتار پیچیده‌تر استفاده کرد.

۲-۲-۵- سخت شوندگی ایزوتروپیک چندخطی (Multilinear Isotropic Hardening)

گزینه سخت شوندگی ایزوتروپیک چند خطی (MISO) همانند گزینه سخت شوندگی ایزوتروپیک دو خطی است با این تفاوت که منحنی بکار رفته به جای دو خطی، چند خطی تعریف می‌شود. استفاده از این گزینه در تحلیلهای با کرنش کوچک و تناوبی یا بارگذاریهای غیر متناسب (Non Proportional) توصیه نمی‌شود، اما در تحلیلهای با کرنش بزرگ گزینه مناسبی است. گزینه MISO این امکان را فراهم می‌سازد که همزمان ۲۰ منحنی با دمای متفاوت با ۱۰۰ نقطه مختلف تنش-کرنش در هر منحنی تعریف شود. نقاط کرنش می‌توانند در هر منحنی با سایر منحنی‌ها متفاوت باشد. می‌توان از ترکیب این گزینه با مدل سخت شوندگی سینماتیک غیر خطی (CHABOCHE) برای شبیه سازی نرم شوندگی یا سخت شوندگی تناوبی استفاده کرد. همچنین می‌توان از ترکیب این مدل با گزینه خزش، ویسکوپلاستیک و غیر ایزوتروپیک Hill برای شبیه سازی رفتار پیچیده‌تر مصالح استفاده کرد.

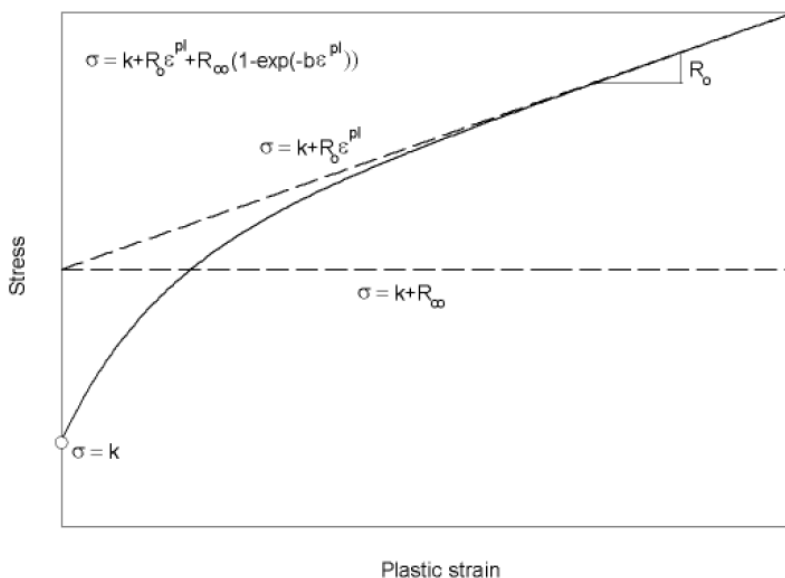
منحنی‌های تنش-کرنش-حرارت را می‌توان به صورت زیر برای مدل MISO به نرم افزار وارد نمود و نمایش داد:

```
/prep7
MPTEMP,1,0,500 ! Define temperature-dependent EX,
MPDATA,EX,1,,14.665E6,12.423E6
MPDATA,PRXY,1,,0.3
TB,MISO,1,2,5 ! Activate a data table
TBTEMP,0.0 ! Temperature = 0.0
TBPT,DEFI,2E-3,29.33E3 ! Strain, stress at temperature = 0
TBPT,DEFI,5E-3,50E3
TBPT,DEFI,7E-3,55E3
TBPT,DEFI,10E-3,60E3
TBPT,DEFI,15E-3,65E3
```

```
TBTEMP,500 ! Temperature = 500
TBPT,DEFI,2.2E-3,27.33E3 ! Strain, stress at temperature = 500
TBPT,DEFI,5E-3,37E3
TBPT,DEFI,7E-3,40.3E3
TBPT,DEFI,10E-3,43.7E3
TBPT,DEFI,15E-3,47E3
/XRANGE,0,0.02
TBPLOT,MISO,1
```

۲-۲-۶- سخت شوندگی ایزوتروپیک غیر خطی (Nonlinear Isotropic Hardening)

مدل سخت شوندگی ایزوتروپیک غیر خطی (NLISO) بر اساس قانون سخت شوندگی Voce تدوین شده است. گزینه NLISO اصلاحی بر مدل BISO است که در آن بخش سخت شوندگی بصورت نمایی به انتهای بخش الاستیک الحاق شده است، شکل ۶. مزیت این مدل آن است که رفتار مصالح با استفاده از چهار ثابت که توسط دستور TBDATA وارد می‌شوند قابل تعریف است. بر خلاف مدل MISO دیگر نیازی به تعریف نقاط تنش-کرنش نمی‌باشد اما شکل در نظر گرفته شده برای آن محدود به منحنی شکل ۶ خواهد بود. این مدل مناسب تحلیلهای با کرنش بزرگ است. می‌توان با ترکیب آن با مدل‌های CHABOCHE، خزش، ویسکوپلاستیک و غیر ایزوتروپیک Hill برای شبیه سازی رفتارهای غیر خطی پیچیده‌تر استفاده نمود.



شکل ۶ منحنی تنش-کرنش NLISO

مثال زیر نمونه‌ای از کد نویسی برای تعریف این نوع مصالح در دو درجه حرارت متفاوت است:

```
TB,NLISO,1 ! Activate NLISO data table
TBTEMP,100 ! Define first temperature
TBDATA,1,C11,C12,C13,C14 ! Values for constants C11, C12, C13,
! C14 at first temperature
TBTEMP,200 ! Define second temperature
TBDATA,1,C21,C22,C23,C24 ! Values for constants C21, C22, C23,
! C24 at second temperature
```

۲-۲-۷- غیر ایزوتروپیک (Anisotropic)

گزینه غیر ایزوتروپیک (ANISO) این امکان را فراهم می‌سازد که بتوان رفتارهای دو خطی تنش-کرنش متفاوتی را در جهات x، y و z مصالح و همچنین رفتارهای متفاوت کششی، فشاری و برشی تعریف کرد. این گزینه برای شبیه سازی فلزاتی که دچار تغییر

شکلهای قبلی هستند کاربرد دارد. استفاده از این مدل برای تحلیلهای تناوبی و بارگذاریهای نامتناسب (Non Proportional) توصیه نمی‌شود. در این مدل تنشهای جاری شدن و مدولهای مماسی^۳ بطور کامل مستقل نیستند.

برای تعریف مدولهای الاستیسیته مصالح پلاستیک غیر ایزوتروپیک ابتدا از دستور MP استفاده می‌شود. سپس به کمک دستور TB,ANISO نقاط جاری شوندگی و مدولهای مماسی تعریف می‌شوند.

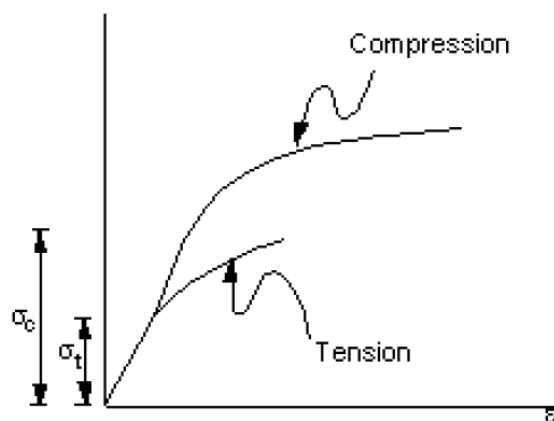
۲-۲-۸- دراکر-پراگر (Drucker-Prager)

گزینه دراکر-پراگر برای شبیه سازی مصالح دانه‌ای (اصطکاکی) مانند خاک، سنگ و بتن و سایر مدل‌های بر پایه قانون مور-کلمب کاربرد دارد. مثال زیر نمونه‌ای از کد نویسی برای تعریف این نوع مصالح است:

```
MP,EX,1,5000
MP,NUXY,1,0.27
TB,DP,1
TBDATA,1,2.9,32,0
! Cohesion = 2.9 (use consistent units),
! Angle of internal friction = 32 degrees,
! Dilatancy angle = 0 degrees
```

۲-۲-۹- چدن (Cast Iron)

گزینه چدن مدل اصلاح شده فون میسز به این صورت است که از سیلندر فون میسز در محدوده فشار و از مکعب رانکین در محدوده کشش استفاده می‌کند. این مدل مقاومت جاری شدن، قانون جریان و قانون سخت شوندگی متفاوتی در کشش و فشار داراست اما رفتار الاستیک آن در کشش و فشار ایزوتروپیک است. این مدل تنها برای بارگذاری مونوتونیک قابل استفاده بوده و نمی‌تواند در ترکیب با سایر مدل‌های مصالح بکار رود. شکل ۷ نمودار پاسخ چدن را در محدوده کشش و فشار نشان می‌دهد. دستور TB,CAST برای تعریف ضریب پواسون پلاستیک در کشش بکار می‌رود که می‌تواند وابسته به دما باشد. برای تعریف جاری شدن و سخت شدگی در کشش و فشار از دستور TB,UNIAXIAL استفاده می‌شود.



شکل ۷ پلاستیسیته چدن

مثال زیر نمونه‌ای از کد نویسی برای تعریف این نوع مصالح است:

```
TB,CAST,1,, , ISOTROPIC
TBDATA,1,0.04

TB,UNIAXIAL,1,1,5,TENSION
```

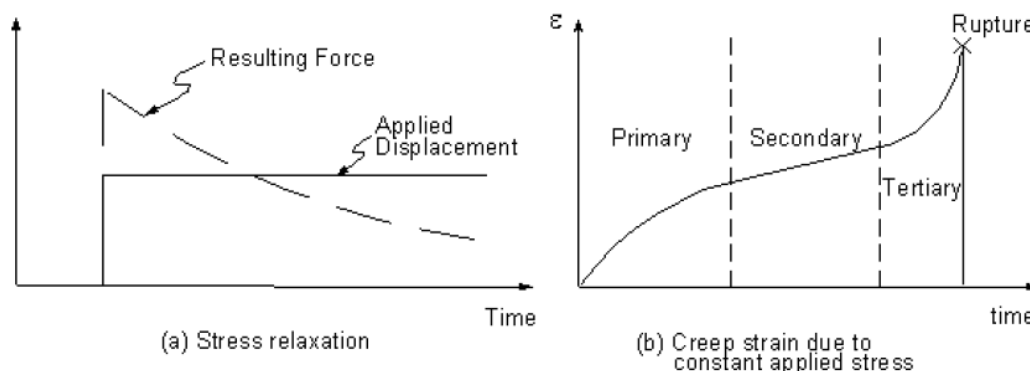
³ Tangent Moduli

```
TBTEMP,10
TBPT,,0.550E-03,0.813E+04
TBPT,,0.100E-02,0.131E+05
TBPT,,0.250E-02,0.241E+05
TBPT,,0.350E-02,0.288E+05
TBPT,,0.450E-02,0.322E+05

TB,UNIAXIAL,1,1,5,COMPRESSION
TBTEMP,10
TBPT,,0.203E-02,0.300E+05
TBPT,,0.500E-02,0.500E+05
TBPT,,0.800E-02,0.581E+05
TBPT,,0.110E-01,0.656E+05
TBPT,,0.140E-01,0.700E+05
```

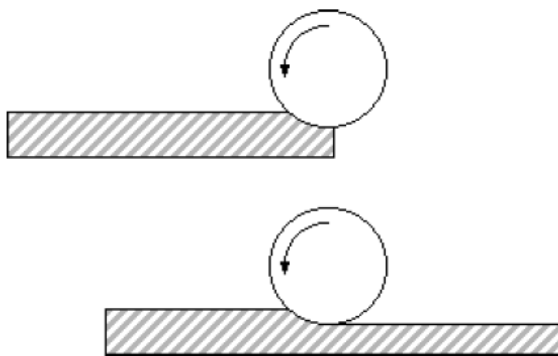
۳- پلاستیسیته وابسته به سرعت

پلاستیسیته وابسته به سرعت قانون جریان را بصورت تابعی از زمان تعریف می‌کند. در این حالت فرض می‌شود که تغییر شکل مصالح بصورت تابعی از نرخ کرنش (تغییرات زمانی کرنش) است. کاربرد مهم این نوع تئوری در مسائل خزش در دماهای بالاست. در نرم افزار ANSYS گزینه‌های مختلفی برای شبیه سازی انواع مصالح با رفتار وابسته به سرعت فراهم شده است. گزینه خزش یا Creep برای تعریف خزش مصالح برای زمانهای طولانی یا تحت کرنشهای کوچک بکار می‌رود. در حالت خزش اگر جابجایی به سازه اعمال شود نیروی عکس العمل یا تنش در طی زمان شروع به کم شدن می‌کند (پدیده آزاد شدن تنش)، شکل ۸-ا. سه مرحله از خزش در شکل ۸-ب نشان داده شده است. برنامه ANSYS توانایی شبیه سازی دو مرحله اول را داراست اما مرحله سوم بدلیل رخداد خرابی عموماً شبیه سازی نمی‌شود.



شکل ۸ آزاد سازی تنش و خزش

گزینه پلاستیسیته وابسته به سرعت فرآیندی را در نظر می‌گیرد که بتواند رفتار مصالح را بر حسب تغییرات زمانی کرنش بیان کند. گزینه ویسکوپلاستیسیته Anand نوع دیگری از مدل پلاستیسیته وابسته به سرعت است که برای مسائل شکل دهی به فلزات بکار می‌رود، شکل ۹. این مدل با استفاده از المانهای VISCO106، VISCO107 و VISCO108 قابل استفاده است. در کنار این مدلها این امکان وجود دارد که کاربر بتواند مدل خودساخته ای از نوع پلاستیسیته وابسته به سرعت به برنامه معرفی کند.



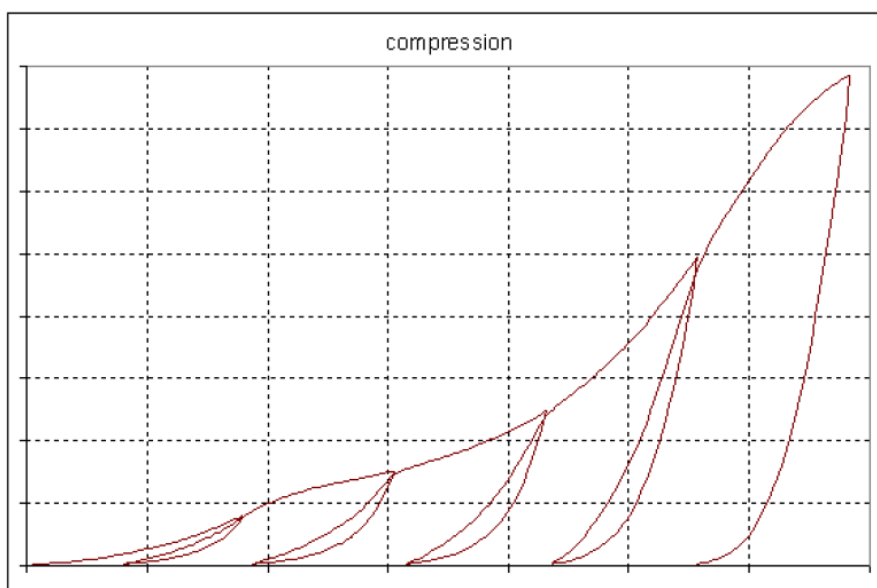
شکل ۹ رفتار ویسکوپلاستیک در فرآیند غلتک زنی

۴- مصالح Gasket

پیوندهای Gasket (Gasket Joints) معمولاً برای اتصال اجزای سازه‌ای بکار می‌روند. این پیوندها با ضخامت کم بصورت درزگیر بین قطعات سازه‌ای قرار می‌گیرند و ممکن است جنسهای متنوعی مانند فولادی، لاستیکی (Rubber) یا مواد مرکب (Composite) داشته باشند. از دید مکانیکی Gasketها انتقال دهنده نیرو بین اعضا مجاور هستند. مصالح Gasket عموماً تحت فشار قرار دارد و دارای رفتار غیرخطی هستند. این نوع مصالح در باربرداری رفتار غیر خطی بسیار پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند. در این نوع مصالح سختی غشائی و برشی بسیار ناچیز بوده و از آن صرف نظر می‌شود.

برای شبیه سازی Gasket از المانهای بینابینی یا Interface مانند INTER-192 تا INTER-195 استفاده می‌شود. در این المانها تغییر شکل درز بصورت In-Plane شبیه سازی می‌شود. کاربر می‌تواند مستقیماً نمودارهای بارگذاری و باربرداری را برای تعریف مصالح Gasket بکار گیرد. مصالح Gasket با دستور TB,GASKET در نرم‌افزار قابل تعریف است.

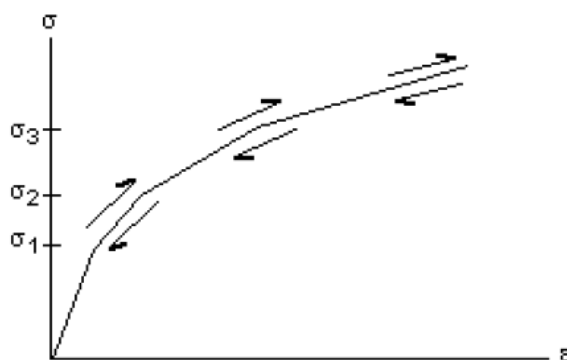
شکل ۱۰ نمودار آزمایشگاهی فشار را نسبت به تغییر مکان نسبی سطوح فوقانی و تحتانی برای نوعی مصالح Gasket مرکب گرافیتی نشان می‌دهد. نمونه پنج مرتبه بارگذاری و باربرداری شده است تا مقدار سختی باربرداری آن استخراج شود.



شکل ۱۰ نمودار آزمایشگاهی فشار را نسبت به تغییر مکان نسبی سطوح فوقانی و تحتانی gasket

۵- غیر خطی الاستیک

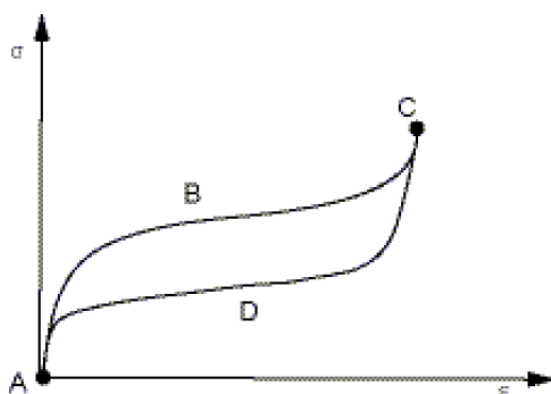
برنامه ANSYS امکاناتی را برای مدل‌سازی مصالح الاستیک غیر خطی (چند خطی) (با استفاده از دستور TB,MELAS) در نظر گرفته است که برخلاف پلاستیسیته هیچ گونه انرژی در آن اتلاف نمی‌شود. شکل ۱۱ رفتار تنش- کرنش این مدل را نشان می‌دهد. ویژگی این مصالح آن است که هنگام باربرداری در همان مسیر بارگذاری حرکت کرده و هیچ‌گونه کرنش غیر الاستیک ماندگاری در آن دیده نمی‌شود.



شکل ۱۱ رفتار تنش-کرنش الاستیک غیر خطی

۶- مدل آلیاژ حافظه دار یا Shape Memory Alloy Material Model

مدل آلیاژ حافظه دار (SMA) که با دستور TB,SMA تعریف می‌شود برای شبیه سازی رفتار فوق الاستیک^۴ آلیاژهای Nitinol^۵ تدوین شده است. در این آلیاژها هنگامی که مصالح در شرایط همدمای تحت تغییر شکل‌های بزرگ قرار می‌گیرند هیچ گونه تغییر شکل ماندگاری از خود نشان نمی‌دهد. در شکل ۱۲ نمونه‌ای از منحنی رفتاری این نوع مصالح نشان داده شده است. مصالح ابتدا تحت بار قرار گرفته و مسیر ABC را طی می‌کنند که رفتاری غیر خطی است، اما هنگامی که باربرداری شود مسیر CDA را طی می‌کند. این نوع رفتار، هیستریزیس بدون کرنش ماندگار است.



شکل ۱۲ رفتار تیپ مصالح فوق الاستیک

^۴ Superelasticity

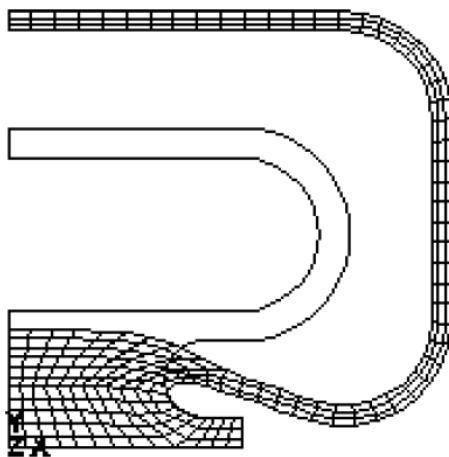
^۵ آلیاژ Nitinol از نیکل و تیتانیوم ساخته شده و در ۱۹۶۰ کشف گردید.

۷- هایپر الاستیسیته یا Hyper elasticity

هایپر الاستیسیته اشاره به مصالحی است که می‌توانند کرنش‌های الاستیک بزرگ و قابل برگشتی را تجربه کنند. الاستومرها مانند لاستیک و بسیاری از مواد پلیمری در این گروه قرار می‌گیرند. ساختار میکرووی اینگونه پلیمرها دارای ملکولهای زنجیرواری است که عموماً از اتمهای کربن تشکیل می‌شوند و باعث انعطاف پذیری آن می‌شود. پلیمرها می‌توانند ساختار غیر بلوری تا نیمه بلوری داشته باشند و بلورهای بسیار نامنظمی نسبت به فلزات دارند به همین دلیل الاستومرها رفتار بسیار پیچیده‌ای از خود نشان می‌دهند. در ابعاد ماکروسکوپی این ماده ابتدا رفتار الاستیک ایزوتروپیک از خود نشان داده و در کرنشهای محدود هنگامیکه زنجیرهای ملکولی در امتداد بار قرار می‌گیرند رفتار غیر ایزوتروپیک از خود نشان می‌دهند.

نوع متفاوت دیگری از پلیمرها، کامپوزیتهای الاستومری مسلح هستند. ترکیب فیبرهای قرار داده شده در رزین در مصالح کامپوزیت می‌تواند باعث شود که مقاومتی بیشتر از مصالح فولادی در مصالح کامپوزیت بدست آید. ماده متداولی که به عنوان فیبر استفاده می‌شوند شیشه است. فیبرها ممکن است تک جهته، دو جهته یا سه جهته باشند. کامپوزیتهای الاستومری مسلح شده با فیبر در وهله اول به شدت غیر ایزوتروپیک هستند.

نرم افزار ANSYS چند مدل برای شبیه سازی مصالح الاستومری ایزوتروپیک و غیر ایزوتروپیک پیشنهاد می‌کند. رفتار مصالح هایپر الاستیک معمولاً بر اساس پتانسیل انرژی کرنشی فرمولبندی می‌شود. این نوع مصالح معمولاً تراکم پذیری بسیار کمی دارند و عموماً غیر قابل تراکم فرض می‌شوند. مدل‌های مصالح هایپر الاستیک فرض می‌کنند که پاسخ مصالح همدم است. این فرض اجازه می‌دهد که پتانسیل انرژی کرنشی بر حسب تغییرات کرنش بیان شود. نمونه‌ای از سازه‌ها با رفتار هایپر الاستیک در شکل ۱۳ نشان داده شده است.



شکل ۱۳ سازه هایپر الاستیک

مدلهای مصالح هایپر الاستیک در نرم‌افزار ANSYS عبارتند از:

۱. گونه‌های مختلف از مدل‌های پتانسیل انرژی کرنشی مانند Neo-Hookean, Mooney-Rivlin, Polynomial Form, Ogden, Potential, Arruda-Boyce, Gent و Yeoh که به کمک دستور TB, HYPER تعریف می‌شوند. این گزینه با المانهای SHELL181, PLANE182, PLANE183, SOLID185, SOLID186, SOLID187, SOLID190, SHELL208 و SHELL209 قابل استفاده است.

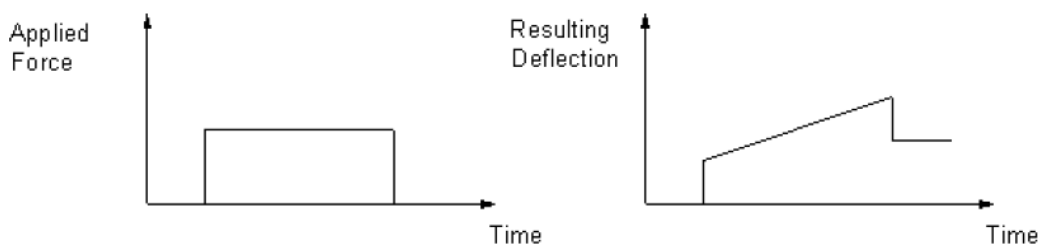
۲. گزینه‌های Blatz-Ko و Ogden Compressible Foam که برای شبیه سازی فوم‌های قابل تراکم یا مصالح فوم گونه قابل استفاده‌اند.

۳. پتانسیل انرژی کرنشی غیر ایزوتروپیک که با دستور TB, AHYPER فعال می‌شود و با المانهای PLANE182 و PLANE183 با Plane Strain و المانهای SOLID185، SOLID186، SOLID187 و SOLID190 قابل استفاده است.

۸- ویسکوالاستیسته

به موادی گفته می‌شود که دارای بخش الاستیک (بازگشت پذیر) و ویسکوز (غیر بازگشت پذیر) هستند. در این مصالح هنگام وارد شدن بار تغییر شکل الاستیک بطور آنی اتفاق افتاده اما بخش ویسکوز آن در طی زمان رخ می‌دهد. رفتار این مصالح مانند خزش است با این تفاوت که با برداشتن بار همانند شکل ۱۴ بخشی از تغییر شکل بازگردانده می‌شود.

مدل ویسکوالاستیک برای نمایش رفتار شیشه یا مواد شیشه گونه و شبیه سازی تناوبهای سرد شدن-گرم شدن این نوع مصالح بکار می‌رود. این نوع مواد در دماهای بالا مانند سیالی ویسکوز عمل کرده و در دماهای پائین مانند جامدات رفتار می‌کند. این مدل در المانهای ویسکوالاستیک VISO88 و VISO89 در تغییر شکلهای کوچک ویسکوالاستیک و در المانهای LINK180، SHELL181، PLANE182، PLANE183، SOLID185، SOLID186، SOLID187، SOLSH190، BEAM188، BEAM189، SHELL208 و SHELL209 در تغییر شکلهای کوچک و بزرگ ویسکوالاستیک قابل استفاده است.



شکل ۱۴ رفتار ویسکوالاستیک (مدل ماکسول)

۹- بتن

مدل بتن وقوع خرابی را در مصالح ترد شبیه سازی می‌کند. این مدل هر دو نوع خرابی ترک خوردگی و خرد شدگی را در نظر می‌گیرد. برای تعریف این مصالح از دستور TB, CONC و المان بتن مسلح SOLID65 استفاده می‌شود. فرمولبندی این مدل بر اساس معیار خرابی ویلام-وانکی^۶ صورت گرفته است.

این معیار برای پیش بینی خرابیهای رخ داده در بتن و سایر مصالح چسبنده - اصطکاکی مانند سنگ، خاک و سرامیک بکار می‌رود. معیار گسیختگی ویلام-وانکی را می‌توان به صورت تابعی از نامتغیرهای تنش بصورت زیر نوشت:

$$f := \sqrt{J_2} + \lambda(J_2, J_3) \left(\frac{I_1}{3} - B\right) = 0$$

۴

⁶ Willam-Warnke

در این رابطه λ تابعی از J_2 ، J_3 نامتغیرهای تانسور تنش و B تابعی از پارامترهای مقاومت است. λ زاویه اصطکاک و B مقدار چسبندگی است. معیار گسیختگی بالا ترکیبی از دو معیار مور-کولمب و دراگر-پراگر^۷ است. بدلیل کاربرد این نوع مصالح در شبیه سازی بتن و بنایی جزئیات فرمولبندی آن در پیوست الف آورده شده است.

۱۰- مراجع

1. ANSYS Manual v10.0, Analysis Guide, Chapter 8. Nonlinear Geometry and Material.
2. ANSYS Manual v10.0, Theory References, Chapter 4. Structures with Material Nonlinearities.
3. ANSYS Manual v10.0, Element Reference, Chapter 2. General Element Features.

⁷ Drucker-Prager

۱۱- پیوست الف: فرمولبندی مدل Concrete و المان SOLID65

در نرم افزار تحلیل اجزای محدود ANSYS بر پایه این معیار مدلی برای گسیختگی با نام بتن^۸ ارائه شده است. مدل بتن قابلیت شبیه سازی ترک خوردگی و خرد شدگی مصالح را بر اساس توابع گسیختگی تعریف شده دارد. این نوع مصالح با استفاده از المان سه بعدی Solid65 در دسترس کاربران قرار گرفته است. در این بخش فرمولبندی ارائه شده در نرم افزار برای تعریف سطوح گسیختگی و تعیین ماتریسهای المان ارائه می‌شود.

حالت عمومی تابع گسیختگی بکار رفته در نرم افزار ANSYS بر اساس معیار ویلام-وارنکی به صورت زیر است:

$$\frac{F}{f_c} - S \geq 0 \quad \text{پ-الف-۱}$$

F تابع تنشهای اصلی $\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$ است. S سطح گسیختگی بر حسب پنج پارامتر ورودی بشرح زیر است:

- f_t مقاومت کششی تک محوری مصالح،
- f_c مقاومت فشاری تک محوری مصالح،
- f_{cb} مقاومت فشاری دو محوری،
- f_1 مقاومت فشاری دو محوری در تنش هیدرواستاتیک محیطی σ_h^a ،
- f_2 مقاومت فشاری تک محوری در تنش هیدرواستاتیک محیطی σ_h^a ،

در صورتیکه رابطه پ-الف-۱ تأمین شود، مصالح ترک خورده یا خرد می‌شود. سه پارامتر f_{cb} ، f_1 و f_2 را می‌توان برحسب f_c و f_t به صورت زیر نوشت:

$$\begin{aligned} f_{cb} &= 1.2 f_c \\ f_1 &= 1.45 f_c \\ f_2 &= 1.725 f_c \end{aligned} \quad \text{پ-الف-۲}$$

روابط فوق هنگامی معتبر هستند که رابطه زیر برقرار باشد:

$$\begin{aligned} |\sigma_h| &\leq \sqrt{3} f_c \\ \left(\sigma_h = \text{hydrostatic stress state} = \frac{1}{3} (\sigma_{xp} + \sigma_{yp} + \sigma_{zp}) \right) \end{aligned} \quad \text{پ-الف-۳}$$

$\sigma_{xp}, \sigma_{yp}, \sigma_{zp}$ تنشهای اصلی هستند که σ_1 و σ_3 به ترتیب بزرگترین و کوچکترین آنها می‌باشند.

بر اساس این فرمولبندی گسیختگی مصالح به چهار صورت زیر دسته بندی شده و در هر محدوده توابع F و S بر اساس تنشهای اصلی σ_1, σ_2 و σ_3 تعریف می‌شود:

۱. محدوده فشار-فشار-فشار که در آن $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
۲. محدوده کشش-فشار-فشار که در آن $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$
۳. محدوده کشش-کشش-فشار که در آن $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$
۴. محدوده کشش-کشش-کشش که در آن $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$

در ادامه جزئیات بیشتری از فرمول بندی تابع گسیختگی در هر محدوده ارائه می‌شود.

⁸ Concrete

الف- محدوده فشار-فشار-فشار یا $0 \geq \sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

این سطح گسیختگی در فضای تنش‌های اصلی در تصویر پ-الف-۱ نشان داده شده است. در این محدوده توابع F و S به شرح

زیر تعریف می‌شوند:

$$F = F_1 = \frac{1}{\sqrt{15}} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

$$S = S_1 = \frac{2r_2(r_2^2 - r_1^2) \cos \eta + r_2(2r_1 - r_2) \left[4(r_2^2 - r_1^2) \cos^2 \eta + 5r_1^2 - 4r_1r_2 \right]^{\frac{1}{2}}}{4(r_2^2 - r_1^2) \cos^2 \eta + (r_2 - 2r_1)^2}$$

پ-الف-۴

که در آن:

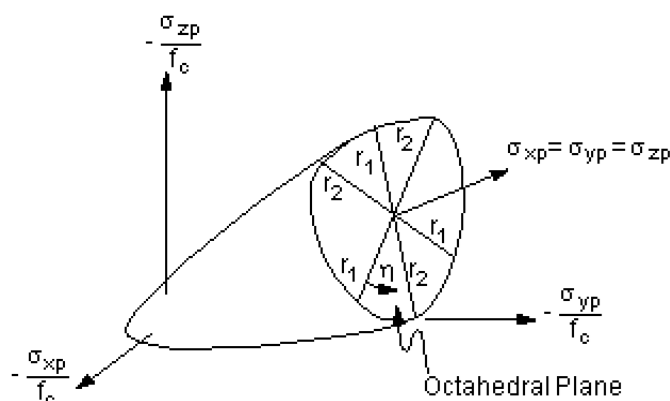
$$\cos \eta = \frac{2\sigma_1 - \sigma_2 - \sigma_3}{\sqrt{2} \left[(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_3 - \sigma_1)^2 \right]^{\frac{1}{2}}}$$

$$r_1 = a_0 + a_1 \xi + a_2 \xi^2$$

$$r_2 = b_0 + b_1 \xi + b_2 \xi^2$$

$$\xi = \frac{\sigma_h}{f_c}$$

پ-الف-۵



تصویر (پ-الف-۱): سطح گسیختگی سه بعدی در فضای تنش‌های اصلی

در معادلات بالا مقادیر a_0 , a_1 و a_2 با استفاده از روابط زیر محاسبه می‌شوند:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{F_1}{f_c} (\sigma_1 = f_t, \sigma_2 = \sigma_3 = 0) \\ \frac{F_1}{f_c} (\sigma_1 = 0, \sigma_2 = \sigma_3 = -f_{cb}) \\ \frac{F_1}{f_c} (\sigma_1 = -\sigma_h^a, \sigma_2 = \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_1) \end{array} \right\} = \begin{bmatrix} 1 & \xi_t & \xi_t^2 \\ 1 & \xi_{cb} & \xi_{cb}^2 \\ 1 & \xi_1 & \xi_1^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \end{Bmatrix}$$

پ-الف-۶

که

$$\xi_t = \frac{f_t}{3f_c}, \quad \xi_{cb} = -\frac{2f_{cb}}{3f_c}, \quad \xi_1 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{2f_1}{3f_c}$$

پ-الف-۷

و مقادیر b_0 , b_1 و b_2 نیز از روابط زیر بدست می‌آیند:

$$\begin{Bmatrix} \frac{F_1}{f_c} (\sigma_1 = \sigma_2 = 0, \sigma_3 = -f_c) \\ \frac{F_1}{f_c} (\sigma_1 = \sigma_2 = -\sigma_h^a, \sigma_3 = -\sigma_h^a - f_2) \\ \frac{F_1}{f_c} \\ 0 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{3} & \frac{1}{9} \\ 1 & \xi_2 & \xi_2^2 \\ 1 & \xi_0 & \xi_0^2 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} b_0 \\ b_1 \\ b_2 \end{Bmatrix}$$

پ-الف-۸

که در آن

$$\xi_2 = -\frac{\sigma_h^a}{f_c} - \frac{f_2}{3f_c}$$

پ-الف-۹

است و ξ_0 ریشه مثبت معادله زیر است:

$$r_2(\xi_0) = a_0 + a_1\xi_0 + a_2\xi_0^2 = 0$$

پ-الف-۱۰

از آنجائیکه سطح گسیختگی باید محدب باقی بماند، نسبت $\frac{r_1}{r_2}$ به مقادیر زیر محدود می‌شود:

$$0.5 \geq \frac{r_1}{r_2} \geq 1.25$$

پ-الف-۱۱

ضرایب a و b نیز باید شرایط زیر را اقلان نمایند:

$$a_0 > 0, a_1 \leq 0, a_2 \leq 0$$

$$b_0 > 0, b_1 \leq 0, b_2 \leq 0$$

پ-الف-۱۲

به این ترتیب سطح گسیختگی بسته شده و برای فشارهای بالای هیدرواستاتیکی وقوع خرابی را نشان می‌دهد ($\xi_2 > \xi_0$).

ب- محدوده کشش-فشار-فشار یا $\sigma_1 \geq 0 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3$

در این محدوده داریم:

$$F = F_2 = \frac{1}{\sqrt{15}} [(\sigma_2 - \sigma_3)^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2]^{\frac{1}{2}}$$

پ-الف-۱۳

$$S = S_2 = \left(1 - \frac{\sigma_1}{f_t}\right) \frac{2p_2(p_2^2 - p_1^2) \cos \eta + p_2(2p_1 - p_2) [4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + 5p_1^2 - 4p_1 p_2]^{\frac{1}{2}}}{4(p_2^2 - p_1^2) \cos^2 \eta + (p_2 - 2p_1)^2}$$

که $\cos \eta$ از روابط قبلی و p_1 و p_2 بصورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$p_1 = a_0 + a_1\chi + a_2\chi^2$$

$$p_2 = b_0 + b_1\chi + b_2\chi^2$$

پ-الف-۱۴

ضرایب a و b از روابط قبل محاسبه شده و مقدار χ از رابطه زیر محاسبه می‌شود:

$$\chi = \frac{1}{3} (\sigma_2 + \sigma_3)$$

پ-الف-۱۵

در صورت اقلان این معیار گسیختگی، ترک خوردگی در صفحه عمود بر تنش اصلی σ_1 اتفاق می‌افتد.

ج- محدوده کشش-کشش-فشار یا $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq 0 \geq \sigma_3$

در این محدوده

$$F = F_3 = \sigma_i; i = 1, 2 \quad \text{پ-الف-۱۶}$$

و

$$S = S_3 = \frac{f_t}{f_c} \left(1 + \frac{\sigma_3}{f_c} \right) \quad \text{پ-الف-۱۷}$$

اگر معیار خرابی برای i با مقادیر ۱ یا ۲ اقناع شود، ترک خوردگی به ترتیب در صفحه عمود بر تنشهای اصلی σ_1 یا σ_2 اتفاق می‌افتد. اگر معیار خرابی تنها برای i برابر ۱ اقناع شود، ترک خوردگی تنها در صفحه عمود بر تنش اصلی σ_1 رخ خواهد داد.

د- محدوده کشش-کشش-کشش یا $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \sigma_3 \geq 0$

در این محدوده

$$F = F_4 = \sigma_i; i = 1, 2, 3 \quad \text{پ-الف-۱۸}$$

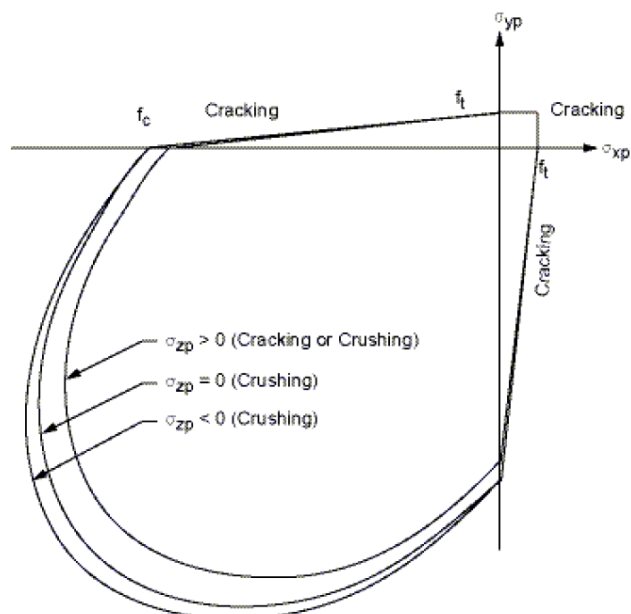
و

$$S = S_4 = \frac{f_t}{f_c} \quad \text{پ-الف-۱۹}$$

اگر معیار خرابی در جهات ۱، ۲ و ۳ اقناع شود، ترک خوردگی در صفحات عمود بر تنشهای اصلی σ_1 ، σ_2 و σ_3 رخ خواهد داد. در حالی که اگر معیار خرابی در جهات ۱ و ۲ اقناع شود، ترک خوردگی در صفحات عمود بر تنشهای اصلی σ_1 و σ_2 رخ خواهد داد. و بالاخره اگر معیار خرابی تنها در جهت ۱ اقناع شود، ترک خوردگی در صفحه عمود بر تنش اصلی σ_1 رخ خواهد داد.

ه- سطح گسیختگی تنشهای نزدیک به حالت دو محوری در فضای تنشهای اصلی

تصویر پ-الف-۲ وضعیت تنشها را در حالت دو محوری نشان می‌دهد. در این وضعیت اگر تنشهای اصلی σ_{xp} و σ_{yp} مقادیر غیر صفر قابل توجهی باشند، در این صورت وضعیت σ_{zp} در سه حالت کمی بزرگتر از صفر، برابر صفر و کمی کوچکتر از صفر رفتار متفاوتی در مصالح ایجاد می‌کند. در این حالت رفتار مصالح تابع علامت σ_{zp} خواهد بود. برای مثال اگر σ_{xp} و σ_{yp} هر دو منفی و σ_{zp} مقدار مثبت کمی داشته باشد، ترک در جهت عمود بر σ_{zp} ایجاد می‌شود. در حالی که اگر σ_{zp} صفر یا مقدار منفی کمی باشد، مصالح در فشار خرد خواهد شد.



تصویر (پ-الف-۲): سطح گسیختگی در فضای تنش‌های اصلی با تنش‌های نزدیک به حالت دو محوری

و- فرمولبندی ماتریسی المان با رفتار غیر خطی مفروض

در نرم افزار ANSYS المان SOLID 65 مطابق با مدل گسیختگی مطرح شده در بخش قبل فرمول بندی شده است. این المان دارای ۸ گره با درجات آزادی جابجایی در سه جهت x, y و z است. در این المان امکان تعریف مصالح بتنی ترد با قابلیت شبیه سازی ترک خوردگی و خرد شدگی همراه با رفتار پلاستیک و خزش وجود دارد و در کنار آن تسلیح فولادی در سه جهت اصلی قابل شبیه سازی است. تسلیح فولادی در هر جهت تنها بصورت سختی تک محوری اثر داده می‌شود و فرض شده است که فولاد در داخل المان بطور یکنواخت توزیع شده است.

در المان SOLID 65 برای هر نوع مصالح بتنی و فولادی دو نوع ماتریس تنش- کرنش یکی در محدوده الاستیک خطی و دیگری در محدوده پلاستیک تعریف می‌شود. در محدوده الاستیک خطی این ماتریس سختی کلی المان بصورت زیر است:

$$[D] = \left(1 - \sum_{i=1}^{N_f} V_i^R \right) [D^e] + \sum_{i=1}^{N_f} V_i^R [D^r]_i \quad \text{پ-الف-۲۰}$$

که در آن:

N_f تعداد مصالح تسلیح فولادی (حداکثر برابر ۳ در سه جهت محورهای محلی المان)،

V_i^R نسبت حجمی مصالح فولادی i ام به حجم کلی المان،

$[D_C]$ ماتریس تنش - کرنش مصالح بتنی،

$[D^r]_i$ ماتریس تنش - کرنش مصالح فولادی،

مطابق با رابطه فوق سختی هر المان ترکیبی از سختی بخش بتن و بخش فولاد است که در ضرایب نسبت حجمی آنها ضرب

شده است. ماتریس $[D_C]$ در محدوده الاستیک خطی بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[D^c] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & (1-\nu) & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & (1-\nu) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad \text{پ-الف-۲۱}$$

که در آن E مدول الاستیسیته و ν ضریب پواسون مصالح است. در محدوده الاستیک خطی ماتریس سختی بخش فولاد برای جهت i بصورت زیر محاسبه می‌شود:

$$[D^r]_i = \begin{bmatrix} E_i^r & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad \text{پ-الف-۲۲}$$

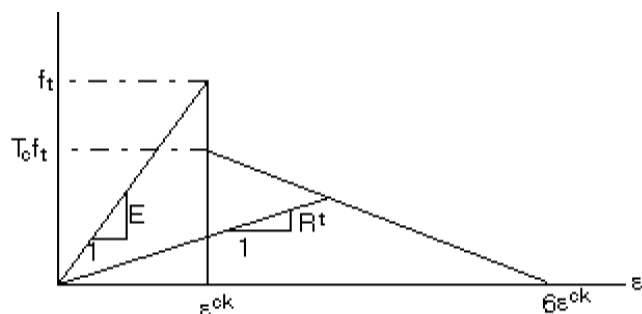
چنانچه ذکر شد اثر فولاد فقط بصورت سختی تک محوری در المان منظور می‌شود. این سختی در دستگاه مختصاتی مطابق با امتداد تعریف شده برای فولاد محاسبه و به کمک ماتریس تبدیل به دستگاه مختصات محلی المان تبدیل می‌شود. در صورتیکه رفتار ترک خوردگی یا خرد شدگی در مصالح پیش بینی شود، ماتریس تنش-کرنش مصالح بسته به نوع خرابی اصلاح می‌شود. در این وضعیت بروز ترک در یک نقطه انتگرال گیری با اصلاح رابطه تنش-کرنش بصورت یک صفحه تضعیف شده در جهت عمود بر سطح ترک خوردگی شبیه سازی می‌شود. همچنین برای نمایش کاهش رخ داده در مقاومت برشی، برای بارگذارهای بعدی که در صفحه ترک خوردگی ایجاد برش می‌کنند، از یک ضریب اصلاحی انتقال برش β_t (با C_1 در داخل نرم افزار) استفاده می‌شود. در این حالت ماتریس تنش-کرنش برای مصالحی که تنها در یک جهت ترک خورده است بصورت زیر در می‌آید:

$$[D_c^{ck}] = \frac{E}{(1+\nu)} \begin{bmatrix} \frac{R^t(1+\nu)}{E} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{1-\nu} & \frac{\nu}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{\nu}{1-\nu} & \frac{1}{1-\nu} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\beta_t}{2} \end{bmatrix} \quad \text{پ-الف-۲۳}$$

بالانویس ck به این معنی است که این ماتریس در دستگاه مختصات موازی با جهت تنشهای اصلی است بطوریکه محور x عمود بر سطح ترک خورده است. R_t مدول سکانت بعد از ترک خوردگی است که برای شبیه سازی پدیده نرم شوندگی در کشش تعریف

می‌شود (تصویر پ-الف-۳). در این تحقیق برای محافظه کاری در نتایج از این پدیده صرف نظر شده و مقدار R_t صفر منظور می‌شود.

در این تصویر T_c ضریب تنش کششی آزاد شده است. این ضریب در نرم افزار مقدار پیش فرض $0/6$ را دارد. در صورتیکه مقدار دیگری مد نظر باشد آن مقدار بصورت ضریب C_9 در نرم افزار اعمال می‌شود.



تصویر (پ-الف-۳): مقاومت در شرایط ترک خوردگی

وقتی ترک بسته می‌شود تمام تنشهای فشاری عمود بر سطح ترک خورده منتقل می‌شوند اما به دلیل کاهش سختی برشی ناشی از ترک خوردگی قبلی، سختی برشی در ضریب اصلاح β_c (ضریب C_2 در نرم افزار) ضرب خواهد شد. در این حالت ماتریس تنش-کرنش بصورت زیر خواهد بود:

$$[D_c^{ck}] = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} (1-\nu) & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \beta_c \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{(1-2\nu)}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \beta_c \frac{(1-2\nu)}{2} \end{bmatrix} \quad \text{پ-الف-۲۴}$$

لازم به ذکر است که ضرایب β_c و β_t مقادیری بین صفر و یک دارند و β_t همواره کوچکتر از β_c است. این مسئله قابل تعمیم به حالاتی است که در دو یا سه جهت ترک خوردگی در نقطه انتگرال گیری اتفاق می‌افتد. از آنجائیکه ماتریس تنش-کرنش در دستگاه مختصات صفحه ترک خورده محاسبه می‌شود، لازم است با استفاده از یک ماتریس تبدیل به دستگاه مختصات محلی المان تبدیل شود. در این صورت خواهیم داشت:

$$[D_c] = [T^{ck}]^T [D_c^{ck}] [T^{ck}] \quad \text{پ-الف-۲۵}$$

جزئیات کاملتر فرمولاسیون المان SOLID 65 در راهنمای برنامه ANSYS آمده است.

در صورتیکه مصالح در یک نقطه انتگرال گیری در حالت فشار تک محوری، دو محوری یا سه محوری خرد شود، زوال کامل در یکپارچگی مصالح در نظر گرفته می‌شود. در این حالت فرض می‌شود که مقاومت مصالح به مقدار ناچیزی کاهش می‌یابد بطوریکه سختی المان در نقطه انتگرال گیری قابل صرف نظر کردن است.

۱۳- پیوست ب: جدول مدل‌های ترکیبی

Model	With ...	Combination Type	Command, Label
Plasticity	Combined Hardening	Bilinear	TB,BISO + TB,CHAB
Plasticity	Combined Hardening	Multilinear	TB,MISO + TB,CHAB
Plasticity	Combined Hardening	Nonlinear	TB,NLISO + TB,CHAB
Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Bilinear	TB,BISO + TB,RATE
Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Multilinear	TB,MISO + TB,RATE
Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Nonlinear	TB,NLISO + TB,RATE
Plasticity and Creep (Implicit)	Isotropic Hardening	Bilinear	TB,BISO + TB,CREEP
Plasticity and Creep (Implicit)	Isotropic Hardening	Multilinear	TB,MISO + TB,CREEP
Plasticity and Creep (Implicit)	Isotropic Hardening	Nonlinear	TB,NLISO + TB,CREEP
Plasticity and Creep (Implicit)	Kinematic Hardening	Bilinear	TB,BKIN + TB,CREEP
Anisotropic Plasticity	Isotropic Hardening	Bilinear	TB,HILL + TB,BISO
Anisotropic Plasticity	Isotropic Hardening	Multilinear	TB,HILL + TB,MISO
Anisotropic Plasticity	Isotropic Hardening	Nonlinear	TB,HILL + TB,NLSIO
Anisotropic Plasticity	Kinematic Hardening	Bilinear	TB,HILL + TB,BKIN
Anisotropic Plasticity	Kinematic Hardening	Multilinear	TB,HILL + TB,MKIN/ KINH
Anisotropic Plasticity	Kinematic Hardening	Chaboche	TB,HILL + TB,CHAB
Anisotropic Plasticity	Combined Hardening	Bilinear Isotropic and Chaboche	TB,HILL + TB,BISO + TB,CHAB
Anisotropic Plasticity	Combined Hardening	Multilinear Isotropic and Chaboche	TB,HILL + TB,MISO + TB,CHAB
Anisotropic Plasticity	Combined Hardening	Nonlinear Isotropic and Chaboche	TB,HILL + TB,NLISO + TB,CHAB
Anisotropic Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Bilinear	TB,HILL + TB,RATE + TB,BISO
Anisotropic Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Multilinear	TB,HILL + TB,RATE + TB,MISO
Anisotropic Viscoplasticity	Isotropic Hardening	Nonlinear	TB,HILL +

Model	With ...	Combination Type	Command, Label
			TB,RATE + TB,NLISO
Anisotropic Creep (Implicit)			TB,HILL + TB,CREEP
Anisotropic Creep and Plasticity (Implicit)	Isotropic Hardening	Bilinear	TB,HILL + TB,CREEP + TB,BISO
Anisotropic Creep and Plasticity (Implicit)	Isotropic Hardening	Multilinear	TB,HILL + TB,CREEP + TB,MISO
Anisotropic Creep and Plasticity (Implicit)	Isotropic Hardening	Nonlinear	TB,HILL + TB,CREEP + TB,NLISO
Anisotropic Creep and Plasticity (Implicit)	Kinematic Hardening	Bilinear	TB,HILL +
Hyperelasticity and Viscoelasticity (Implicit)	Finite Strain Viscoelasticity	Nonlinear	TB,HYPER + TB,VISCO